

Nieliniowa analiza sygnału (proponowany wykład dla 6 sem. Matematyki – wszystkie specjalności)

Mierzalne wielkości generowane przez zjawiska fizyczne, biologiczne a także przez różnego rodzaju urządzenia i systemy zwane są umownie sygnałami. Mogą to być sygnały odczytywane w czasie ciągłym bądź też jedynie dyskretne próbki tych sygnałów, jednakże są one nieodzownym elementem naszej rzeczywistości, gdyż występują m.in. w diagnostyce medycznej i różnego rodzaju zastosowaniach inżynierskich. Stąd analiza sygnału stała się ważną dziedziną współczesnej matematyki stosowanej.

Wykład rozpoczniemy od przeglądu podstawnych metod liniowych. W głównej jego części skupimy się jednak na metodach nieliniowych (pochodzących z teorii układów dynamicznych). W tym celu poglądowo omówimy potrzebne pojęcia matematyczne, ilustrując je na intuicyjnych przykładach teoretycznych. Następnie zobaczymy, w jaki sposób nietrywialne pojęcia matematyczne (chaos, problem zanurzania układu dynamicznego, entropia) w naturalny sposób odpowiadają konkretnym problemom występującym w analizie sygnału i pozwalają (przynajmniej częściowo) je rozwiązać. Przedstawione zagadnienia będą ilustrowane przykładami pochodzącymi z zastosowań (dane medyczne – np. NMR, EKG, EEG, oraz z różnego rodzaju układów technicznych).

Na ćwiczeniach rozwiązywane będą zadania stanowiące proste ilustracje pojęć występujących na wykładzie. Do przedmiotu przewidziano także projekt, gdzie studenci będą mieli możliwość przeprowadzenia analizy numerycznej z wykorzystaniem omawianych metod (samodzielna implementacja oraz wykorzystanie gotowych pakietów). Pozwoli to na lepsze rozpoznawanie i zrozumienie realnych problemów pojawiających się w analizie sygnału oraz wyrobienie sobie właściwych intuicji w ich rozwiązywaniu.

Ramowy plan wykładu:

1. Liniowe metody analizy sygnału (stacjonarność, testy stacjonarności, widmowa gęstość mocy, transformata Fouriera, szybka transformata Fouriera)
2. Liniowe filtrowanie i przewidywanie danych (filtr Wienera, średnia krocząca)
3. Podstawowe pojęcia układów dynamicznych (przestrzeń fazowa, stabilność, cykl graniczny, atraktor, odwzorowanie Poincarego)
4. Chaos deterministyczny (odwzorowanie Henona i układ Lorenza), dziwne atraktory, wymiar pudełkowy
5. Rekonstrukcja przestrzeni fazowej (metoda opóźnień, metoda false nearest neighbours, odwzorowanie powrotu na przykładzie danych z obwodu rezonansu magnetycznego i EKG)
6. Filtrowanie danych – redukcja szumu (proste metody nieliniowe)
7. Niestabilność: wrażliwość na warunki początkowe i wykładniki Lyapunova (przykłady danych z lasera NMR)
8. Samopodobieństwo i fraktale; naturalna miara niezmiennicza i multifraktale
9. Twierdzenia o zanurzeniu (twierdzenia Whitneya i Takensa)
10. Entropie: entropia Renyi'ego i Shannona (przykłady danych EKG)

Prowadzący: dr inż. Justyna Signerska-Rynkowska

Przedmiot obejmuje:

Wykład- 30 h

Ćwiczenia - 15 h

Projekt – 15 h

Literatura:

- [1] H. Kantz, T. Schreiber, *Nonlinear time series analysis*. Cambridge Nonlinear Science Series, 7. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [2] J. D. Cryer, K.-S. Chan, *Time Series Analysis. With Applications in R.*, Springer Texts in Statistics, Springer-Verlag, New York, 2008
- [3] R.G., Andrzejak RG. *Nonlinear time series analysis in a nutshell*. Osorio et al. (eds.) *Epilepsy: The Intersection of Neurosciences, Biology, Mathematics, Engineering and Physics*. :125, 2011
- [4] C. Diks, *Nonlinear Time Series Analysis: Methods And Applications*, Nonlinear Time Series and Chaos 4, World Scientific, Singapore, 1999