

Badanie lepkości cieczy

M16.1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z właściwościami niutonowskiej cieczy lepkiej, wyznaczenie współczynnika lepkości metodą Stokesa (metodą opadającej kulki) oraz wyznaczenie temperaturowej zależności współczynnika lepkości.

M16.2. Zagadnienia związane z tematyką ćwiczenia

- Definicja lepkości,
- hydrodynamiczne prawo Newtona,
- współczynnik lepkości dynamicznej i kinematycznej,
- wymiar współczynnika lepkości,
- przepływ laminarny i turbulentny,
- liczba Reynoldsa,
- metody pomiaru współczynnika lepkości,
- ciecz newtonowska i nienewtonowska,
- zależność lepkości od temperatury.

M16.3. Literatura

- [1] Wróblewski A.K., Zakrzewski A.J.: Wstęp do fizyki, PWN, Warszawa.
- [2] Atkins P.W.: Podstawy chemii fizycznej, PWN, Warszawa.
- [3] Metody wykonywania pomiarów i szacowania niepewności pomiarowych,
<http://ftims.pg.edu.pl/documents/10673/20436990/wstep.pdf>

M16.4. Przebieg ćwiczenia i zadania do wykonania

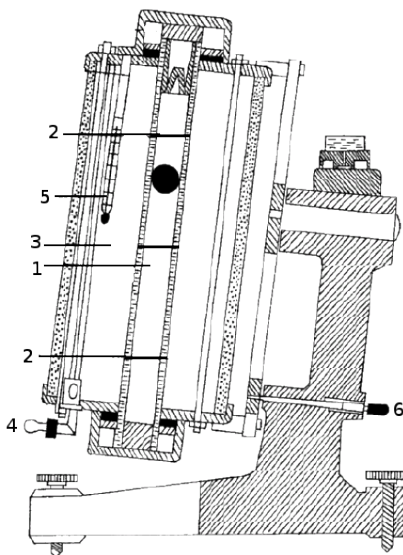
Układ doświadczalny

Rysunek M16.1. przedstawia zdjęcie układu pomiarowego z zaznaczonym: W – wiskozymetrem Höpplera i T – termostatem, zaś Rysunek M16.2. prezentuje schematycznie główne elementy wiskozymetru Höpplera: (1) – wewnętrzna rura wiskozymetru wypełniona badaną cieczą

(mieszaniną wody i gliceryny), na której kreskami (2) zaznaczone są odcinki o długości 0,05 m, (3) – płaszcz wodny, do którego z termostatu doprowadzona jest króćcem (4) woda o zadanej temperaturze, (5) – termometr, do kontroli temperatury płaszcza wodnego, (6) – blokada części pomiarowej, zwalniając blokadę można układ obracać o 180° wokół poziomej osi, dzięki temu możliwy jest wielokrotny pomiar czasu opadania kulki.



Rysunek M16.1. Zdjęcie układu pomiarowego: W – wiskozymetr Höpplera, T – termostat



Rysunek M16.2. Schemat układu pomiarowego: wiskozymetr Höpplera

Przebieg doświadczenia

Lepkość płynu jest odpowiedzialna za występowanie oporów ruchu poruszającego się w nim ciała. Istnieje kilka metod pomiaru lepkości. W tym ćwiczeniu zostanie wykorzystana metoda oparta na pomiarze stałej prędkości (tzw. prędkości granicznej) opadania sztywnej kulki w badanej lepkiej cieczy – metoda Stokesa.

Aby wyznaczyć prędkość graniczną opadania kulki w cieczy o zadanej temperaturze należy:

- wypoziomować podstawę wiskozymetru;
- włączyć termostat (T);
- ustawić zadaną temperaturę T – przyciski $\Delta \nabla$;
- poczekać do momentu ustalenia się temperatury na termostacie (wskazanie na wyświetlaczu). Skontrolować wskazania termometru (5) zanurzonego w wodnym płaszczu grzejnym (3) wiskozymetru;
- ustalić, w zakresie którego odcinka drogi wzdłuż cylindrycznej rurki ruch opadający kulki jest już ruchem jednostajnym;
- na wybranym odcinku (odcinkach, $n_i = 1, 2$) zmierzyć kilkakrotnie (np. pięciokrotnie) czas opadania kulki, t_{oi} . Wskaźniki (2) naniesione na cylindryczną rurkę wyznaczają odcinki drogi o długości $s_i = 0,05$ m;
- Wyniki bezpośrednich odczytów temperatury T , drogi $n_i s_i$ oraz czasu opadania kulki t_{oi} (wraz z niepewnościami) zapisać w tabeli i następnie dla każdego pomiaru obliczyć $v_{gr,i} = \frac{n_i s_i}{t_{oi}}$.
Prędkość graniczna opadania kulki w danej temperaturze cieczy będzie wartością średnią z $i = N$ powtórzeń;
- pomiar powtarzamy obracając wiskozymetr wokół poziomej osi o 180° . W tym celu odciągamy stalowy bolec (6), obracamy wiskozymetr i po obrocie ponownie blokujemy układ bolcem (6).
UWAGA: nie krzyżować rurek doprowadzających wodę do płaszcza wodnego;
- Wyznaczając zależność temperaturową lepkości cieczy należy powtarzać kroki c)–h) zmieniając temperaturę w zakresie od 25°C do 60°C co 5°C ;
- Po zakończeniu pomiarów, należy ustawić temperaturę termostatu na 0°C i odkręcić zawór z dopływem wody do chłodnicy.

Zadania do wykonania

M16.1. W zadanej temperaturze wykonaj serię pomiarów czasu opadania kulki, wyznacz prędkość graniczną oraz lepkość badanej cieczy (roztworu gliceryny). Oceń słuszność zastosowania wzoru Stokesa w przypadku rozważanej cieczy. W tym celu wyznacz wartość liczby Reynoldsa. Skomentuj otrzymane wyniki.

M16.2. Zbadaj zależność lepkości badanej cieczy od temperatury (w zakresie temperatur od 25°C do 60°C co 5°C). Sprawdź czy równanie Arrheniusa-Guzmana opisuje zależność lepkości badanego roztworu gliceryny od temperatury. Jeśli spełniona jest relacja Arrheniusa-Guzmana to na podstawie otrzymanej charakterystyki wyznacz energię aktywacji przepływu lepkiego.

Uzupełnienie do zadania M16.1.

Siłę oporu ruchu działającą ze strony cieczy na poruszającą się w niej kulkę wyraża wzór Stokesa:

$$F_{op} = 6\pi r \eta v \quad (\text{M16.1})$$

gdzie: r – promień kulki [m];

η – współczynnik lepkości dynamicznej [Pa·s];

v – prędkość kulki [m/s].

Powyższy wzór jest słuszny, gdy kulka porusza się w cieczy o nieograniczonej objętości. W przypadku, gdy ruch kulki odbywa się wzdłuż osi rurki cylindrycznej o promieniu R wzór (M16.1) przybiera postać:

$$F_{op} = 6\pi r \left(1 + 2.4 \frac{r}{R}\right) \eta v \quad (\text{M16.2})$$

W wiskozymetrze Höpplera mamy do czynienia z jeszcze inną sytuacją. W przyrządzie tym spowolnienie spadającej kulki zostało uzyskane poprzez pochylenie rurki z cieczą i użycie kulki o rozmiarach porównywalnych ze średnicą rurki. W takich warunkach kulka jest przyciskana jedną składową siły ciężkości do ścianki rurki, a druga składowa powoduje toczenie się kulki po ścianie (w rzeczywistości po cienkiej warstewce cieczy przylegającej do ścianki). Kulka tocząc się porywa ze sobą warstewki cieczy w wąskiej szczelinie, jaka istnieje między kulką i ścianką rurki, występuje poślizg warstewek i pojawia się opór lepkości hamujący ruch kulki. Można oczekiwać, że opór lepkości będzie określony prawem Stokesa i w tej sytuacji. Różnica zaznacza się jedynie we współczynniku proporcjonalności – zamiast 6π , wystąpi pewien współczynnik b . Wzór Stokesa przybierze wówczas postać:

$$F_{op} = b r \eta v \quad (\text{M16.3})$$

Poza siłą Stokesa, F_{op} , która jest skierowana przeciwnie do wektora prędkości kulki, na kulkę działają jeszcze: wspomiana siła ciężkości $Q = mg$ (m – masa kulki) oraz siła wyporu $F_w = \rho_c Vg$ (ρ_c – gęstość cieczy, V – objętość kulki). Zarówno wektor siły lepkości jak i wektor prędkości są nachylone do pionu pod kątem α . W związku z tym zgodnie z II zasadą dynamiki równanie ruchu postępowego kulki (wzdłuż osi rurki) ma postać:

$$m \frac{dv}{dt} = Q \cos \alpha - F_w \cos \alpha - F_{op} = (mg - \rho_c Vg) \cos \alpha - b r \eta v \quad (\text{M16.4})$$

Wynika z niego między innymi, że początkowo kulka opada ruchem przyspieszonym. Jednak w miarę wzrostu prędkości jej opadania wzrasta również wartość siły Stokesa (siły tarcia wewnętrznego, $F_{op}(v)$). Dzieje się tak do momentu, w którym:

$$F_{op} = (Q - F_w) \cos \alpha \quad (\text{M16.5})$$

Oznacza to wówczas, że $\frac{dv}{dt} = 0$, czyli $v = \text{const.}$ i ruch kulki staje się jednostajny. Zgodnie z równaniem (M16.5) prędkość opadania kulki wynosi wówczas:

$$v_{gr} = \frac{(Q - F_w) \cos \alpha}{b r \eta} = \frac{(m - \rho_c V) g \cos \alpha}{b r \eta} \quad (\text{M16.6})$$

Z powyższego równania otrzymujemy, że lepkość dynamiczną badanej cieczy określa wyrażenie:

$$\eta = \frac{(m - \rho_c V) g \cos \alpha}{b r v_{gr}} \quad (\text{M16.7})$$

Dla wszystkich pomiarów parametry m , ρ_c , V , α , b i r można uznać za stałe. UWAGA: gęstości roztworu gliceryny w badanym zakresie temperatur zmienia się nieznacznie (ca. 1-2%), można te zmiany zaniedbać i zastosować w obliczeniach gęstość wyznaczoną dla temperatury pokojowej. Wprowadzając więc tzw. stałą aparaturową:

$$K = \frac{(m - \rho_c V) g \cos \alpha}{b r} \quad (\text{M16.8})$$

lepkość cieczy obliczymy ze wzoru:

$$\eta = \frac{K}{v_{gr}} \quad (\text{M16.9})$$

Wystarczy więc wyznaczyć graniczną prędkość opadania kulki, czyli zmierzyć czas w jakim kulka pokona wyznaczony odcinek drogi w sytuacji, gdy jej ruch jest już ruchem jednostajnym (patrz opis przebiegu doświadczenia). Wartość stałej aparaturowej K (oraz innych parametrów) podane są przy stanowisku pomiarowym.

Wzór Stokesa słuszny jest tylko w przypadku przepływów laminarnych. Charakter przepływu określa się zazwyczaj w sposób empiryczny posługując się bezwymiarową wielkością zwaną liczbą Reynoldsa i zdefiniowaną wzorem:

$$Re = \frac{v l \rho_c}{\eta} \quad (\text{M16.10})$$

gdzie l – wymiar liniowy poruszającego się ciała mierzony w kierunku prostopadłym do wektora prędkości. W przypadku kulki przyjmujemy $l = 2r$. Jednak jak dotąd nie ma teorii pozwalającej na ścisły opis odstępstw od wzoru Stokesa wraz ze wzrostem liczby Reynoldsa. Badania pokazują, że w wielu przypadkach odstępstwa mogą pojawić się już dla $Re < 1$ i narastają w sposób ciągły tak, że nie sposób podać konkretnej wartości Re , poniżej której wzór Stokesa jest w pełni dokładny. W przypadku opływu kul sferycznych szacuje się, że krytyczna liczba Reynoldsa osiąga wartość rzędu jedności. Odmienna sytuacja występuje np. w przypadku przepływu cieczy przez rurę okrągłą. Stwierdzono doświadczalnie, że w tym przypadku, gdy $Re < 2100$ przepływ jest laminarny, gdy $Re > 3000$ jest już turbulentny. Przepływ charakteryzowany liczbą Reynoldsa pomiędzy tymi wartościami jest trudny do określenia jednoznacznie (przepływ przejściowy).

Ze względu na ograniczony zakres stosowalności wzoru Stokesa, metoda opadania kulki nadaje się do wyznaczania η tylko dla cieczy o stosunkowo dużej lepkości.

Uzupełnienie do zadania M16.2.

Lepkość cieczy na ogół znacznie zmienia się wraz z temperaturą. W miarę wzrostu temperatury, w wyniku zwiększania się energii kinetycznej cząsteczek, zmniejszają się siły przyciągania działające między cząsteczkami, efektem tego jest zmniejszanie się tarcia wewnętrznego. Gazy zachowują się odwrotnie: wraz ze wzrostem temperatury ich lepkość wzrasta, gdyż wzrasta liczba zderzeń między cząsteczkami.

Zależność lepkości cieczy od temperatury wyrazić można w postaci empirycznego wzoru

podanego przez Arrheniusa–Gutzmanna:

$$\log \eta = \frac{A}{T} + B \quad (\text{M16.11})$$

gdzie A i B są stałymi, charakterystycznymi dla danej cieczy, T jest temperaturą cieczy wyrażoną w Kelwinach. Równanie to dobrze opisuje zachowanie się cieczy niepolarnych; dla cieczy polarnych stwierdza się dość znaczne odstępstwa od tej relacji.

Z drugiej strony, przepływ cieczy jest procesem kinetycznym. Można więc rozważać mechanizm przemieszczania się cząsteczek cieczy, jako przejścia pomiędzy położeniami równowagi. Cząsteczka może przejść do innego położenia równowagi jeśli uzyska odpowiednią energię, tak zwaną energią aktywacji przepływu lepkiego. Tylko cząsteczki, które mają energię większą od tej wartości, mogą poruszać się między sąsiednimi cząsteczkami. Liczbę takich cząsteczek w zależności od temperatury cieczy określa wzór Maxwella–Boltzmann. Przy założeniu powyższego mechanizmu przemieszczania się cząsteczek cieczy temperaturową zależność jej lepkości wyraża wzór:

$$\eta = \eta_0 e^{\frac{E_a}{kT}} \quad (\text{M16.12})$$

gdzie η_0 jest parametrem charakterystycznym dla danej cieczy, k – stałą Boltzmann, T – temperaturą cieczy, E_a – energią aktywacji przepływu lepkiego.

W związku z powyższym wykonując zadanie M16.2 należy w każdej temperaturze wyznaczyć wartość lepkości cieczy (tak jak zostało to opisane w uzupełnieniu do zadania M16.1), zestawić w tabeli i przedstawić na wykresie zależność $\log \eta = f(1/T)$. Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć wartości stałych A i B oraz współczynnik korelacji liniowej. Wykreślić na wykresie prostą regresji. Wynik skomentować.

Jeśli równanie Arrheniusa-Guzmana opisuje zależność lepkości badanego roztworu gliceryny od temperatury można parametr A wykorzystać do wyznaczenia energii aktywacji przepływu lepkiego. Należy w tym celu zlogarytmować równanie (M16.12) i porównując je z równaniem (M16.11) zauważymy, że:

$$E_a = 2.303 \cdot A \cdot k \quad (\text{M16.13})$$

Wynik końcowy na energię aktywacji przepływu lepkiego wyrazić w elektronowoltach.

M16.5. Rachunek niepewności

Niepewność pomiaru temperatury (T) drogi ($n_i s_i$), oraz czasu opadania kulki (t_{oi}) oceniamy w czasie wykonywania pomiarów na podstawie podziałki i precyzji użytych przymiarów i urządzeń pomiarowych. Wyznaczone wartości zapisujemy w tabeli i nanosimy odpowiednio na wykresy.

Niepewność wyznaczenia prędkości granicznej (V_{gr}) obliczymy jako odchylenie standardowe wartości średniej, zaś niepewność wyznaczenia lepkości cieczy (η) jako niepewność standardową wielkości złożonej.

Niepewność wyznaczenia parametrów A i B opisujących relację Arrheniusa-Guzmana obliczamy jako niepewność standardową stosując odpowiednie wzory metody najmniejszych kwadratów.

Niepewność pomiaru energii aktywacji przepływu lepkiego wyznaczamy jako niepewność standardową wielkości złożonej.